

## Функциональные кривые высокого качества — инновация в геометрическом моделировании от C3D Labs

Валериян Муфтеев, Артем Максименко

*В современном мире повсеместно востребованы CAD-системы, позволяющие моделировать сложные кривые и поверхности. Эти возможности задействованы при решении многих проектных задач в самых разных областях науки и техники. Однако даже если CAD-система поддерживает моделирование кривых и поверхностей класса А, то она не обеспечивает надлежащего качества так называемых функциональных кривых по критериям плавности.*

*Перед разработчиками C3D Labs встала задача реализации такого функционала, который позволил бы моделировать кривые линии, а следовательно, и поверхности самого высокого качества. В результате проведенных изысканий в области геометрического моделирования на свет появился C3D FairCurveModeler — новый раздел геометрического ядра C3D Modeler, позволяющий строить кривые класса F. В данной статье анализируются требования к функциональным кривым, дается описание их преимуществ над другими кривыми, а также приводятся примеры практического применения функционала C3D FairCurveModeler.*

### Введение в понятие функциональных кривых

#### Что такое функциональные кривые

К новому типу кривых относятся плоские и пространственные кривые, которые обеспечивают некоторую функциональную характеристику объекта, в связи с чем их целесообразно называть функциональными кривыми [1].

Область применения таких кривых весьма широка и распространяется в основном на проектные задачи, возникающие в разных отраслях техники. Например:

- задача по максимизации подъемной силы при минимизации лобового сопротивления при моделировании профиля крыла самолета (рис. 1);
- задача поиска максимальной плавности трассы при заданных ограничениях для обеспечения ком-



Валериян Муфтеев, к.т.н., ведущий математик-программист C3D Labs

фортной и безопасной езды на транспортном средстве.

Среди функциональных кривых можно выделить подкласс инженерных аналитических кривых, которые единственным оптимальным образом обеспечивают некоторую проектную характеристику объекта. К таким кривым, например, можно отнести спираль Архимеда, используемую для построения профиля зубьев зубчатого колеса, а также брахистохрону — кривую наискорейшего



Артем Максименко, специалист по маркетингу C3D Labs

спуска для транспортировки предметов.

В остальных случаях функциональные кривые имеют свободную форму. Такие кривые могут быть локально-выпуклыми (с постоянным знаком функции кривизны) и иметь точки перегиба (участки с разным знаком функции кривизны).

Кроме того, функциональные кривые могут быть пространственными и, соответственно, иметь кручение.

Рассмотрим подробнее, что представляют собой функциональные кривые и

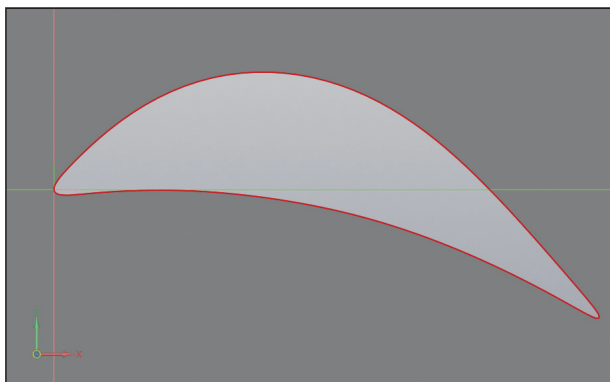


Рис. 1. Испытание профиля крыла в CFD-системе FlowVision

чем они отличаются от обычных гладких кривых.

### Требования качества к функциональным кривым

К параметрам плавности рассматриваемых инженерных кривых предъявляются повышенные требования, которые являются универсальными для данного типа кривых и не зависят от специфики проектируемых объектов. Ниже приводится список данных требований с пояснениями.

#### Высокий, не ниже 4-го, порядок гладкости

Гладкость — это свойство функции или геометрической фигуры (кривой, поверхности и др.), определяющее, дифференцируема ли функция на всем множестве определения или имеется ли у каждой точки данной фигуры окрестность, допускающая задание с помощью дифференцируемых функций.

В различных видах проектирования используются сплайны разного порядка гладкости. Например:

- при моделировании трасс дорог используются клотоидные сплайны, а гладкость обеспечивается не ниже 2-го порядка;
- для профилирования кулачка распределительного вала высокоскоростных двигателей необходима гладкость не ниже 3-го порядка, поэтому проектирование профиля начинается с вычерчивания плавного графика 3-й производной [2];
- при моделировании пространственных кривых для обеспечения непрерывности функции кручения кривая должна иметь 3-й порядок гладкости;
- из анализа пространственной криволинейной траектории движения материальной точки следует, что пространственная кривая с плавным кручением должна иметь 4-й порядок гладкости [3].

#### Отсутствие или минимальное число экстремумов кривизны

Плавность кривой также зависит от формы графика изменения кривизны вдоль линии движения.

Возвратимся к примеру с материальной точкой. Поскольку осцилляция функции кривизны согласно основному уравнению динамики [3] вызовет пульсацию центробежных сил, действующих на материальную точку, участок линии движения должен иметь минимальное число экстремумов кривизны или вершин кривой.

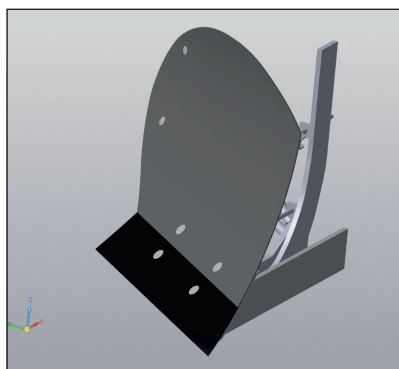


Рис. 2. Сборка плуга в КОМПАС

Наличие лишних экстремумов кривизны, например, у формы технических изделий и объектов дизайна, может вызвать следующие негативные явления:

- неоправданное биение толкателя кулачкового механизма, следствием которого является преждевременный износ механизма;
- залипание почвы на участке плуга с концентрацией кривизны у траектории движения почвы, что приводит к увеличению сопротивления плуга, а следовательно, повышению энергоемкости процесса вспашки (рис. 2) [4];
- при лишних экстремумах кривизны на аэродинамическом профиле возникает неоправданная пульсация среды, обтекающей профиль, что увеличивает его лобовое сопротивление и может спровоцировать срыв потока;
- необходимость лишних торможений и разгонов, что увеличивает энерго-

затраты на перемещение по трассе транспортного средства [5];

- эффект кривых зеркал у кривых кузовных поверхностей и архитектурных форм [6];
- неправильное визуальное восприятие объектов компьютерной графики и CAD [7].

#### Малые значения вариации кривизны и скорости ее изменения

В некоторых прикладных областях вводится требование минимизации вариации кривизны, а следовательно, концентрация кривизны должна быть ограничена по максимальному значению.

Например, такое ограничение минимального значения радиуса кривизны (максимальной кривизны) естественным образом вводится при проектировании дорог: минимальный радиус выражается ограничением скорости транспортного средства [8, 9].

Важным параметром качества кривой является скорость изменения кривизны. При проектировании трассы дороги этот параметр регламентирует скорость нарастания центробежной силы, действующей на автомобиль на виражах, и легко контролируется благодаря применению сегментов клотоиды с линейным изменением функции кривизны [8, 9].

#### Малое значение потенциальной энергии кривой

Считается, что плавность кривой напрямую связана с ее потенциальной энергией. Необходимость выбора функциональной кривой с малым значением потенциальной энергии основывается на предположении, что если объект, имеющий функциональную поверхность, движется с большой скоростью, то среда, обтекающая объект, ведет себя как упругое тело. Очевидно, что для деформации упругой среды по линиям тока с меньшей

потенциальной энергией будет затрачиваться меньшая работа. При движении материальной точки по вогнутой криволинейной траектории с учетом трения работа, затрачиваемая на перемещение, будет меньше при меньшем значении потенциальной энергии траектории перемещения [1].

Кривая, имеющая минимальное значение потенциальной энергии, называется эластикой [10]:

$$E_{MEC} = \int_{l_1}^{l_2} k^2(s) ds \rightarrow \min,$$

где  $E_{MEC}$  — потенциальная энергия кривой;

$k(s)$  — ее кривизна;

$l_2$  и  $l_1$  — начало и конец интервала.

Эластика может быть представлена в виде осевой линии деформированной упругой рейки между двумя грузиками (ducks). Качество эластичности апробировано многовековым опытом судостроения. Гибкие рейки (физические сплайны) применялись для вычерчивания профилей шпангоутов, батоксов и ватерлиний при проектировании и строительстве судов, а позднее — автомобилей и самолетов.

### Эстетический анализ кривых

Помимо предложенных выше объективных критериев плавности качество кривой необходимо также оценивать и с позиций законов технической эстетики. Существует такой подход к оценке эстетичности кривой, когда форма кривой базируется на матема-

тических характеристиках форм, выявленных у объектов реального мира (например, очертания крыльев бабочек) [11, 12].

Для моделирования красивых (эстетических) форм предлагаются так называемые *log-эстетические* кривые, имеющие линейный график кривизны в логарифмической шкале [13-15]. Множество известных спиралей, в том числе клотоида, являются частными случаями кривых этого класса. В работе [16] был предложен наиболее обобщенный класс кривых с монотонной функцией кривизны, называемый *суперспиралями*. Уравнения этих кривых выражаются через Гауссовы гипергеометрические функции и численно интегрируются адаптивными методами типа метода Гаусса — Кронрода.

Однако множество эстетических кривых не ограничивается только множеством *log-эстетических* кривых. Кривые могут иметь произвольно сложные плоские и пространственные формы и быть вполне эстетичными.

Авторы работы считают, что приоритетной является оценка по критериям плавности. Экспертная оценка с позиций законов технической эстетики (лаконичность, целостность, выразительность, пропорциональная согласованность, композиционное равновесие, структурная организованность, образность, рациональность, динамичность, масштабность, пла-

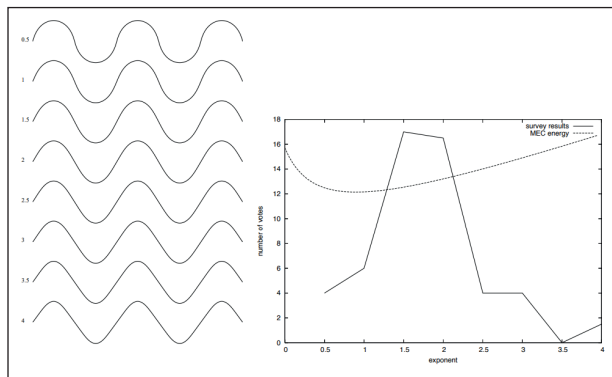


Рис. 3. Тест из работы Levien'a (2009)

стичность, гармоничность) правомерна только после оценки на плавность.

Весьма показательна в этом смысле работа [17], в которой приводятся графики экспертной оценки эстетического качества кривых с различными параметрами плавности (рис. 3). Наиболее высокая экспертная оценка у кривых, которые отвечают базовым требованиям к функциональным кривым (одновременно малое значение кривизны и малая скорость изменения кривизны).

### Промежуточные итоги

С учетом всех вышеупомянутых требований для построения очень плавной траектории движения необходимы:

- минимальное число опорных точек моделируемой сплайн-траектории движения и высокий, не ниже 4-го, порядок гладкости;
- плавное кручение пространственной кривой;
- ограничение максимального значения кривизны и скорости ее изменения;
- минимизация функционала потенциальной энергии.

Функциональные кривые, параметры которых соответствуют приведенным требованиям, называются кривыми класса F [1].

Для сравнения здесь важно отметить, что именно эти жесткие требования к параметрам плавности и отличают кривые данного класса от кривых класса А. Последние являются формообразующими поверхностями класса А — высококачественных по критериям эстетики поверхностей внешних кузовных поверхностей. «Хорошая» кривая для этих поверхностей будет иметь график кривизны с небольшим числом участков монотонного изменения кривизны [18]. Данное требование можно сравнить с требованием минимальности количества экстремумов кривизны у функциональных кривых.

Таким образом, кривые класса А представляют собой кривые для формообразования поверхностей в промышленном дизайне (рис. 4), в то время как функциональные кривые являются инженерными кривыми. Такие кривые высокого качества также

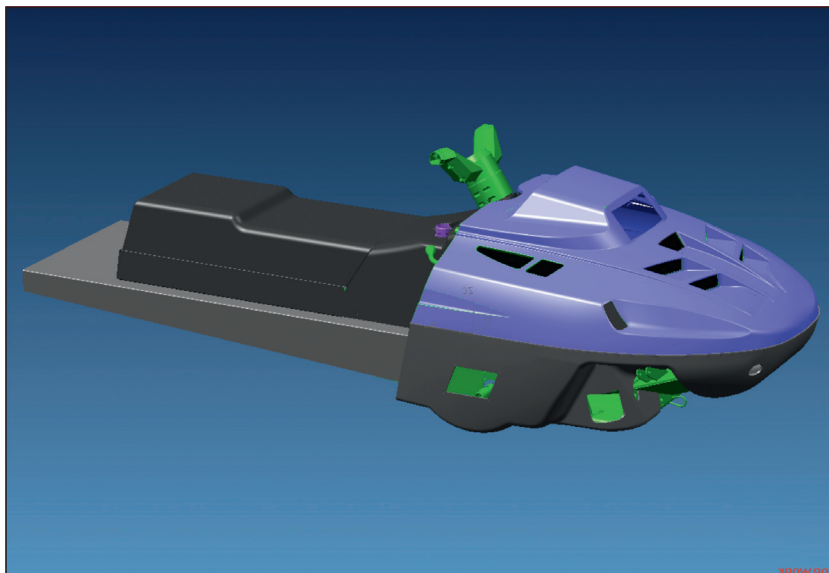


Рис. 4. Модель промдизайна

принято называть плавными кривыми (faired curves, fairing curves). Здесь важно не путать последние с гладкими кривыми, которые являются кривыми самого низкого качества — первого порядка гладкости [19].

## Реализация методов F-кривых в C3D Modeler

### Что такое C3D FairCurveModeler

C3D FairCurveModeler — это библиотека моделирования плавных кривых, реализованная как совершенно новый раздел геометрического ядра C3D Modeler, расширяющий его возможности для поверхностного моделирования.

Кривые класса F, описанные ранее, моделируются с помощью методов C3D FairCurveModeler. Помимо возможности построения кривых высокого качества по критериям плавности методы также удовлетворяют следующим требованиям:

- устойчивость формообразования, или изогометричность;
- инвариантность относительно аффинных и проективных преобразований;
- гибкость;

- инструментальное разнообразие;
- возможность изогометрической аппроксимации аналитических кривых с сохранением их базовых свойств.

Функционал C3D FairCurveModeler описывается с помощью терминов инженерной геометрии. Модель кривой в инженерной геометрии называется определителем [20] и состоит из геометрической части и алгоритма генерации точек кривой или процедуры построения аппроксимирующего сплайна. Геометрическую часть определителя можно рассматривать как геометрический определитель кривой. Наиболее привычными и естественными видами геометрического определителя являются множества точек (вида опорной ломаной) или множества касательных прямых (в частности, вида касательной ломаной). Кроме того, в инженерной геометрии используются так называемые управляющие сплайновые полигоны NURBS-кривых.

Различные виды геометрических определителей имеют свои достоинства и недостатки. Ломаная инцидентности позволяет точно позиционировать кривую, касательная ломаная однозначно и точно задает форму

моделируемой кривой, S-полигон NURBS-кривой высокой степени позволяет локально изменять форму кривой и гарантирует высокое качество пространственных кривых по критериям плавности кривизны и кручения.

В библиотеке C3D FairCurveModeler используется также уникальный геометрический определитель — *геометрический определитель Эрмита* (ГО Эрмита) второго порядка фиксации. ГО Эрмита представляет собой опорную ломаную, оснащенную в каждой своей вершине касательным вектором и вектором кривизны.

## Фундаментальные основы C3D FairCurveModeler

Ниже приводятся четыре фундаментальных «открытия», ставшие отправной точкой в разработке функционала моделирования плавных кривых:

1. Теоретическим фундаментом, или первым «краеугольным камнем», C3D FairCurveModeler является *теория параметризации, или теория исчисления параметров*. На ее основе было обобщено понятие сплайна как множества базовых кривых, имеющих совпадающие геометрические параметры в произвольных точках опорной ломаной. В традиционных сплайнах базовые кривые имеют совпадающие параметры только в точках стыка сегментов сплайна.

*Первым открытием* является метод определения **базиса сплайна** как множества конических кривых двойного соприкосновения на локально-выпуклой опорной ломаной (рис. 5).

Смежные кривые образуют на общем сегменте ломаной «линзу». Напряженность сплайна характеризуется величиной отклонения смежных аналитических кривых базиса сплайна и визуально легко

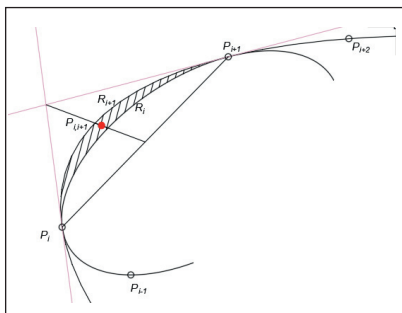


Рис. 5. Конические кривые двойного соприкосновения

оценивается по величине линзы между смежными кривыми.

2. Вторым «краеугольным камнем» фундамента является алгоритм генерации точек виртуальной кривой (V-кривой) на базе сплайна дискретного множества конических кривых двойного соприкосновения. Метод V-кривой разработан в C3D Labs в рамках приведенного выше подхода.

Точки кривой генерируются в области линз, что уменьшает напряженность сплайна, построенного на сгенерированных точках. Затем на множестве сгенерированных точек вновь определяется множество конических кривых двойного соприкосновения. Последовательность этих операций в пределе определяет виртуальную кривую класса C5 [21].

Виртуальная кривая (V-кривая) обладает рядом замечательных свойств:

- минимальным числом экстремумов кривизны;
- дуальностью (как и коническую кривую, V-кривую можно определять не только на опорных точках, но и на касательных);
- аффинной инвариантностью;
- малой чувствительностью к распределению точек на контуре кривой.

Важным следствием этих свойств является возможность геометрически точного моделирования конических кривых.

3. Третий «краеугольный камень» — изогометрическая аппроксимация виртуальной кривой посредством рациональной сплайновой кривой Безье (NURBS-кривой) — один из геометрически ориентированных методов изогометрического построения NURBS-кривой.

Графоаналитический алгоритм состоит из следующих простых операций:

а) конические кривые двойного соприкосновения на общем сегменте опорной ломаной рассматриваются как кривые Безье 2-й степени с В-полигонами в виде двухзвенников (рис. 6);

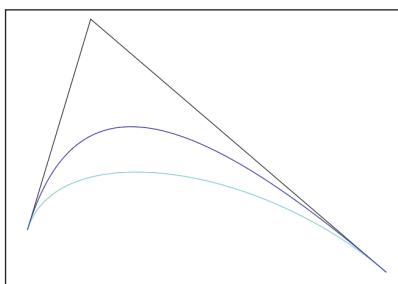


Рис. 6. Конические кривые двойного соприкосновения

б) у кривых Безье повышается степень до 3-й (рис. 7) с В-полигонами в виде трехзвенников;

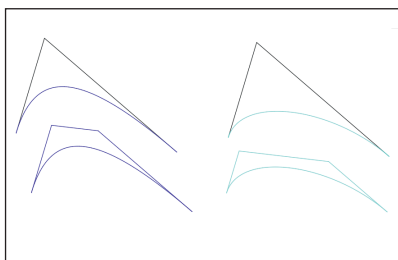


Рис. 7. Преобразование конических кривых до рациональных кривых Безье 3-й степени

в) результирующий В-полигон получается усреднением исходных В-полигонов. Среднее звено результирующего В-полигона параллельно исходным и лежит на равном расстоянии от них (рис. 8).

Поскольку усредненный В-полигон также будет выпуклым,

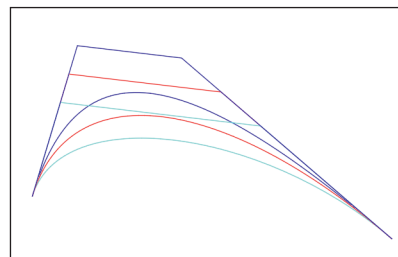


Рис. 8. Построение результирующего В-полигона

как и исходные В-полигоны, обеспечивается строгая изогометричность;

г) уточняются значения кривизны в конечных точках результирующей кривой по значениям исходных кривых.

Алгоритм имеет модификацию. При резких изменениях кривизны, когда одно значение близко к нулевому, В-полигон корректируется таким образом, что кривая Безье, определенная на скорректированном В-полигоне, имеет более точную меньшую кривизну.

4. Четвертый «краеугольный камень» — изогометрическая аппроксимация виртуальной кривой посредством В-сплайновой кривой. Ключевым моментом здесь является отказ от традиционного подхода, при котором считается, что опорные точки должны совпадать с узловыми точками сплайна. Сплайн должен проходить через точки опорной ломаной, но узлы сплайна (или любые точки сплайна с фиксированными значениями внутреннего параметра) не совпадают с вершинами опорной ломаной.

Алгоритм является эвристическим — аналогом ручного редактирования S-полигона. Для построения используются исходные касательные прямые в точках V-кривой. Пересечения касательных прямых определяют вершины S-полигона (рис. 9).

На S-полигоне в текущей итерации вычисляются расстояния от точек

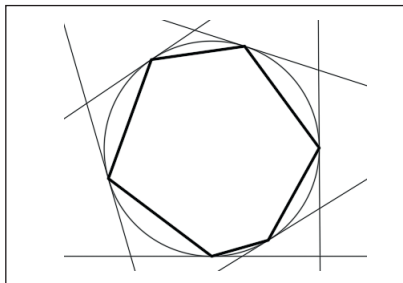


Рис. 9. ГО Эрмита первого порядка фиксации

до сплайна. Касательная прямая параллельно себе перемещается на величину невязки  $\delta_i^j$  в сторону уменьшения невязки (рис. 10).

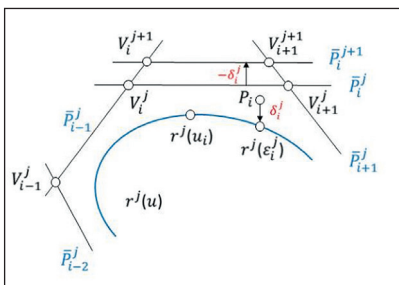


Рис. 10. Итерация приближения сплайна

Затем итерация повторяется. Приведенный алгоритм изометрической аппроксимации является типичной эвристической графо-аналитической процедурой.

### Методы построения кривых C3D FairCurveModeler

Далее приводится описание алгоритмов работы методов C3D FairCurveModeler для моделирования кривых высокого качества различной формы.

#### Моделирование кривых сложной формы

Исходный ГО кривой сложной формы структурируется, определяются точки перегиба. По точкам перегиба исходный ГО разбивается на ряд локально-выпуклых участков. На каждом локально-выпуклом участке строится виртуальная кривая (V-кривая). При определении V-кривой на участке

ломаной с концевой точкой, принадлежащей точке перегиба, задается нулевое значение кривизны в концевой точке.

#### Моделирование кривых пространственной формы

Исходная пространственная ломаная развертывается на плоскости таким образом, что сохраняются длины звеньев и углы между звеньями. Затем ломаная структурируется и определяется V-кривая.

Для сглаживания прерывистого кручения пространственной NURBzS-кривой выполняется следующая процедура, привязанная к команде повышения степени.

Степень кубической NURBzS-кривой повышается до шестой. Сегмент NURBzS-кривой имеет B-полигон с семью вершинами. У смежных сегментов определяются соприкасающиеся в концевых точках плоскости. Эти плоскости определяются тремя концевыми точками B-полигонов. У смежных сегментов определяется биссекторная плоскость к двум смежным соприкасающимся плоскостям. Третьи вершины B-полигонов, считая от общей точки, проецируются на биссекторную плоскость.

#### Моделирование B-сплайновой поверхности высоких степеней

В функционал C3D FairCurveModeler не требуется добавления методов для построения и редактирования B-сплайновых поверхностей, поскольку для этого используются только методы построения B-сплайновых кривых.

Каркасno-кинематическое представление B-сплайновой поверхности, принятое в инженерной геометрии, позволяет разбить процесс построения поверхности на два этапа:

1. Первый этап — построение образующих B-сплайновых кривых с применением V-кривых (рис. 11 и 12);

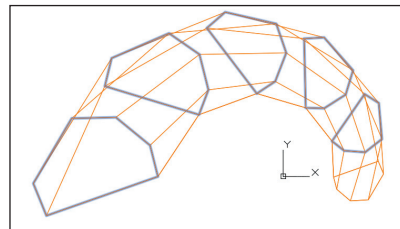


Рис. 11. Исходная сеть опорных точек

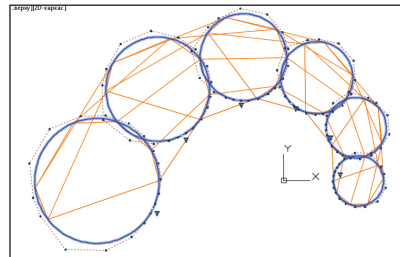


Рис. 12. Каркас S-полигонов образующих B-кривых

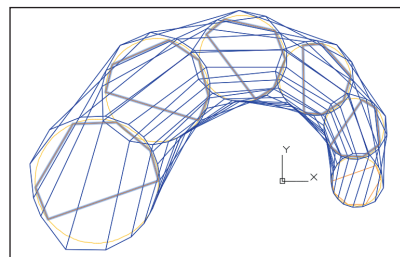


Рис. 13. Сеть S-полигонов образующих B-кривых

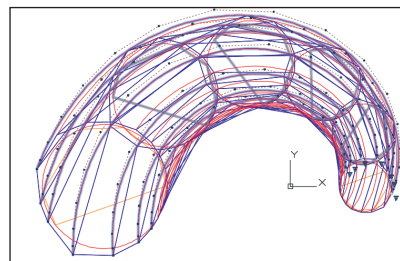


Рис. 14. Каркас S-полигонов формирует S-фрей B-сплайновой поверхности

2. Второй этап — построение направляющих B-сплайновых кривых с применением V-кривых (рис. 13 и 14).

### Практическое применение C3D FairCurveModeler

#### Немного о сфере применения

В заключительном блоке статьи приведены примеры практического при-

менения C3D FairCurveModeler при моделировании различных изделий. Применение данного раздела C3D в области моделирования изделий — это быстрый и недорогой способ улучшения проектных характеристик, поскольку качество проектируемого изделия можно существенно повысить только за счет улучшения плавности его геометрии.

Обычно при оптимизации конструкции берется некоторый приоритетный параметр, который минимизируется/максимизируется, при этом остальные параметры ухудшаются. Грамотная оптимизация заключается в том, чтобы остальные параметры остались в пределах некоторых ограничений.

### Опыт практического использования C3D FairCurveModeler

#### Моделирование плуга

При оптимизации конструкции плуга для повышения качества вспашки на плуг монтируются так называемые акульки плавники, которые способствуют более качественному рыхлению почвы, но при этом неминуемо растут сопротивление плуга, а следовательно, растут расходы на горючее для трактора.

Для проведения опыта по оптимизации использовалась стандартная конструкция плуга, а изменениям подвергалась только его геометрия, при этом был получен парадоксальный положительный результат. По критериям плавности была улучшена направляющая кривая плуга и оптимизирована схема построения беззадырной поверхности плуга [22].

Конструкция плуга прошла тщательное тестирование в CFD-системе FlowVision компании TЕСIС, а затем тестирование на почвенном канале и полевые испытания, которые показали положительный результат: одновременно было улучшено качество вспашки и сэкономлено топливо [23]!

#### Моделирование кулачков

При моделировании профилей плоских кулачков необходимо решить две проблемы:

1. Кривые выстоя толкателя должны геометрически точно совпадать с окружностями.
2. Переходные кривые подъема и опускания должны спрягаться с кривыми выстоя с порядком гладкости не менее 3-го, во избежание так называемого рывка (Jerk).

Методы C3D FairCurveModeler решают эти проблемы, то есть обеспечивают построение кривых, геометрически точно моделирующих конические кривые, а также возможность построения переходных кривых для 9-го порядка гладкости.

Конструктору остается только правильно построить эти кривые надлежащей формы, обеспечивающей необходимую функцию газораспределения.

#### Моделирование профиля лопатки

В C3D Labs был проведен небольшой эксперимент, в ходе которого удалось установить, какие преимущества дают функциональные кривые при моделировании промышленных изделий на примере профиля лопатки паровой турбины. В ходе эксперимента геометрия лопатки была улучшена, а исправленная модель испытана в CFD-приложении KompasFlow для CAD-системы КОМПАС-3D. При оптимизации лопатки была применена та же схема, что и при оптимизации конструкции плуга.

Все профили лопаток стандартизованы и объединены в базу данных отрасли. Стандартные профили являются результатом колоссальной работы по оптимизации макропараметров лопатки и входят в золотой фонд паротурбиностроения.

Тот же подход был применен к оптимизации геометрии изделия. В рамках заданных макропараме-

тров улучшалась только геометрия лопатки.

Профиль лопатки представляет собой сложную кривую, составленную из дуг окружностей (рис. 15 и 16).

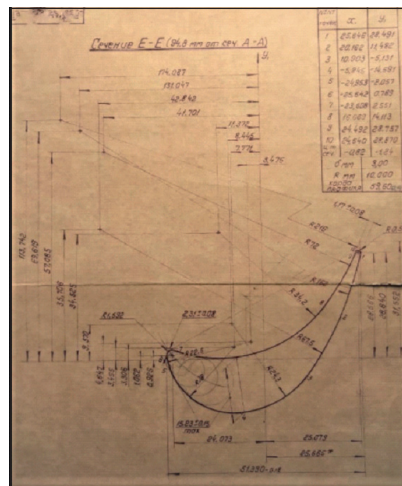


Рис. 15. Чертеж профиля лопатки

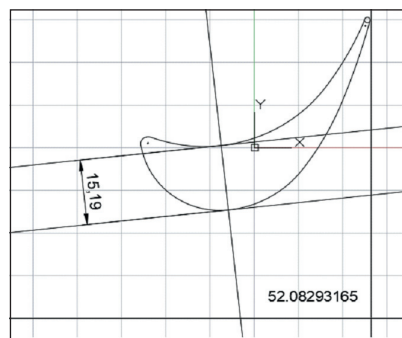


Рис. 16. Чертеж профиля лопатки в CAD-системе

На основе данного контура была подготовлена модель для обдува в KompasFlow. Направление входного потока совпадает с биссектрисой угла входного клина лопатки (рис. 17).

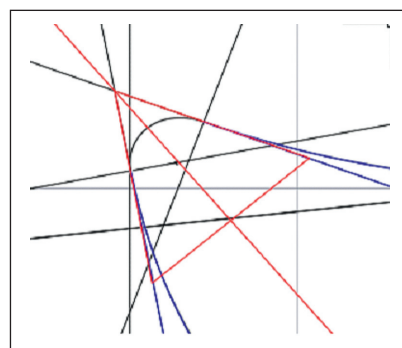


Рис. 17. Входной клин лопатки

Поскольку в венце работает не отдельная лопатка, в модель включены зазоры между лопатками и контуры смежных лопаток. Шаг между лопатками принят в 20 мм (рис. 18-20).

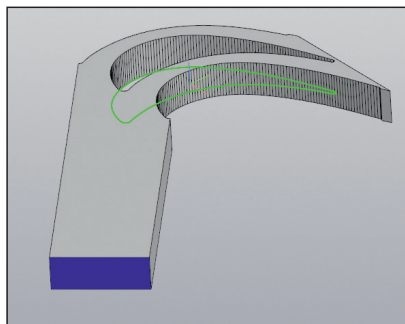


Рис. 18. 3D-модель для симуляции обдува лопаток. Грань для входа жидкости (синего цвета)

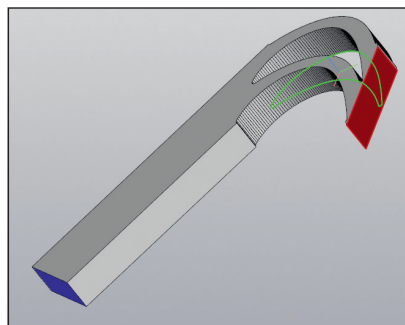


Рис. 19. Грань для выхода потока жидкости (голубого цвета)

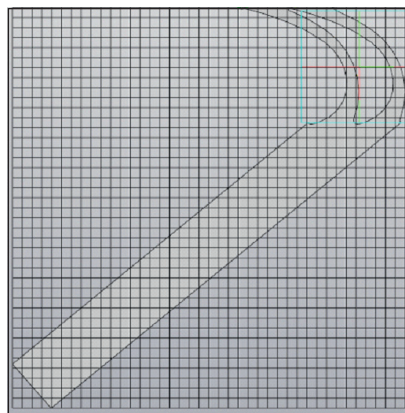


Рис. 20. Расчетная сетка с адаптацией

Для визуального отображения параметров введены вспомогательные плоскости. Горизонтальная плоскость на расстоянии 5 мм от  $OXY$  для отображения векторов скоростей и вспомогательная плоскость, совпадающая с гранью выхода потока, для фикса-

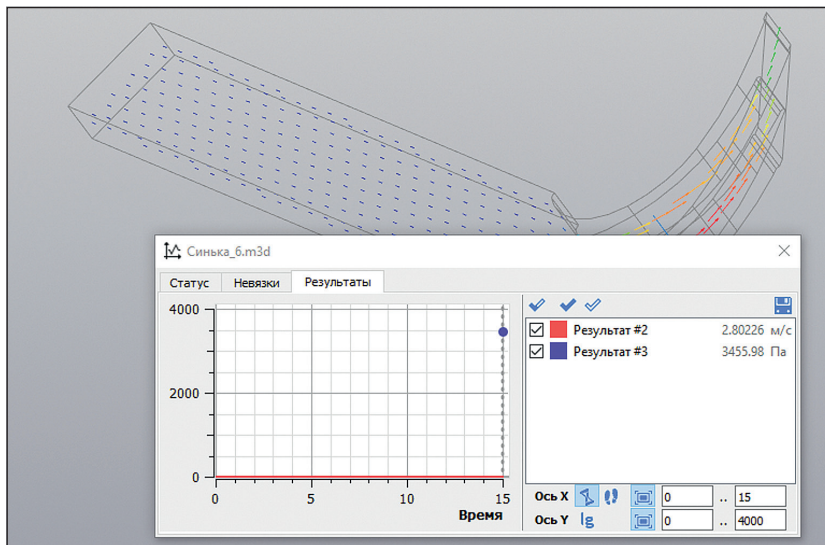


Рис. 21. Расчетные параметры

ции результатов. Введены параметры результата: средняя скорость и общее давление (рис. 21).

В результате работы KompaFlow были получены следующие значения параметров:

- средняя скорость на выходе — 2,80226 м/с;
- общее давление на выходе — 3455,98 Па.

Можно предположить, что улучшение плавности контура лопатки при сохранении исходных макропараметров улучшит и проектные параметры контура.

Перестроим кривые спинки и корыта с использованием функций построения кривых высокого качества по критериям плавности геометрического ядра C3D (раздел FairCurveModeler) — рис. 22.

В точках стыка дуг были построены касательные и перестроены кривые профилей с помощью команды построения V-кривой на касательной ломаной. Профили имеют плавные графики кривизны (рис. 23 и 24).

Для испытаний была использована та же 3D-модель. В эскизе кривые

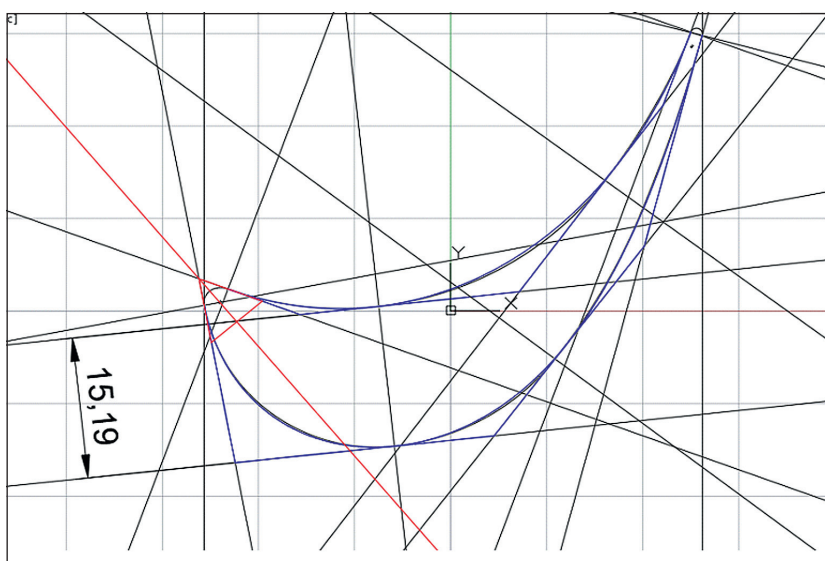


Рис. 22. Касательные ломаные синего цвета и построенные кривые синего цвета на касательных ломаных. Исходные кривые — черного цвета



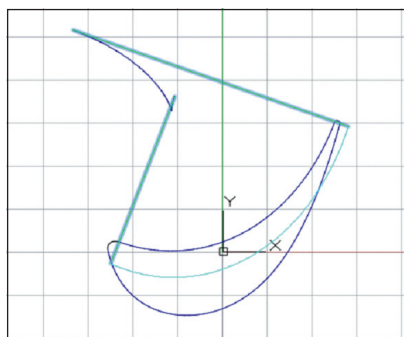


Рис. 23. График кривизны «корыта» лопатки

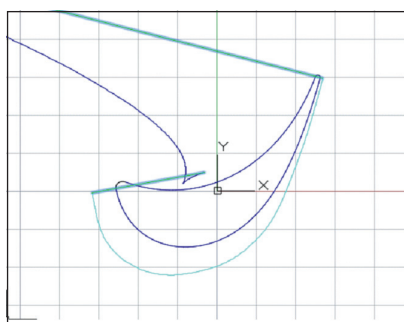


Рис. 24. График кривизны «спинки» лопатки

спинки лопатки и корыта лопатки были заменены на новые кривые. Параметры расчета остались те же (рис. 25).

Пространство лопатки в венце с улучшенными кривыми обеспечивает

лучшие параметры: оно разгоняет поток до скорости 2,83322 м/с с общим давлением 3574,07 Па.

Эти параметры превышают параметры исходного контура (средняя скорость на выходе 2,80226 м/с, общее давление на выходе 3455,98 Па).

Подводя итоги эксперимента, необходимо отметить, что сравнительные испытания в системе KompasFlow показали ощутимое улучшение проектных характеристик венца турбины, благодаря реализации схемы улучшения плавности контура лопатки с помощью методов геометрического ядра C3D (раздел FairCurveModeler). Указанное обстоятельство, как и рассмотренные выше иные примеры моделирования геометрии изделий, свидетельствует о том, что принцип улучшения проектных характеристик изделия за счет улучшения геометрии функциональных кривых имеет огромный потенциал.

### Окончательные итоги

Функционал нового раздела C3D Modeler *C3D FairCurveModeler* позволяет моделировать плавные кривые,

которые являются кривыми высокого качества и отвечают жестким требованиям гладкости и эстетики, предъявляемым к инженерным кривым.

На основании примеров, демонстрирующих практическое применение функционала ядра, можно с уверенностью сказать, что *C3D FairCurveModeler* обладает большим потенциалом применения в области моделирования промышленных изделий, так как позволяет существенно повысить их проектные характеристики достаточно недорогим и простым способом — улучшением геометрии.

### Библиографический список:

1. Муфтеев В.Г., Мударисов С.Г., Фархутдинов И.М. и др. Обоснование выбора оптимальной формы функциональной кривой динамической поверхности технического изделия // Известия международной академии аграрного образования, 2013. Вып. 17. С. 90-93.
2. Рожков А.П. Кулачок привода клапана. Авторское свидетельство № 1237778, приоритет от 5 сентября 1983 г., зарегистрирован 15 февраля 1986 г., с 1 июля 1991 г. выдан патент взамен авторского свидетельства.
3. Карякин Н.И., Быстров К.Н., Киреев П.С. Краткий справочник по физике. М.: Высшая школа, 1969. 600 с.
4. Муфтеев В.Г., Мударисов С.Г., Марданов А.Р. Моделирование рабочей поверхности плуга // Материалы Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 75-летию со дня открытия Чувашской государственной сельскохозяйственной академии. Чебоксары: Изд-во ЧГСА, 2006. С. 479-482.
5. Абдуллин М.М., Фаттахов М.М., Федоров П.А. Архитектурно-ландшафтное проектирование

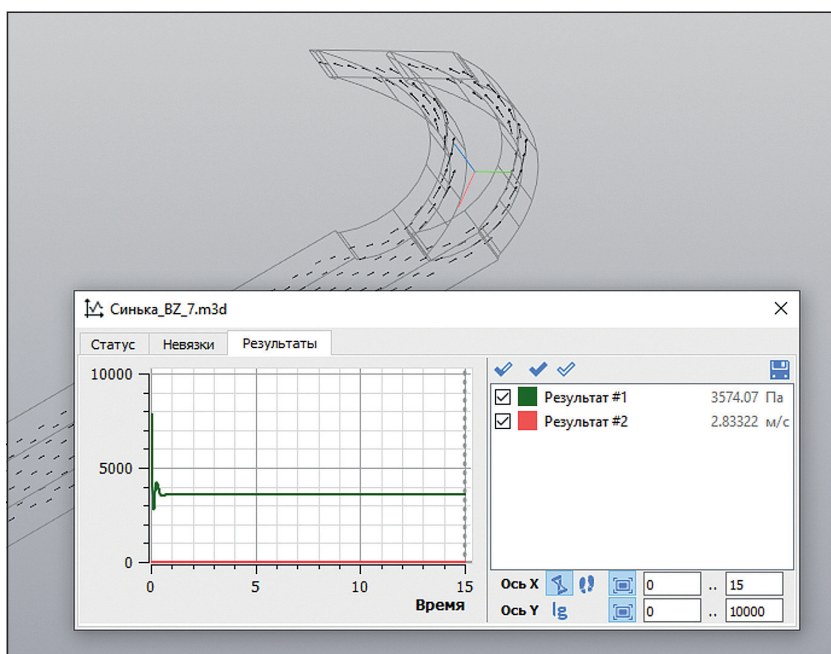


Рис. 25. Результаты испытания контура лопатки с улучшенными кривыми



- дорог с учетом дорожной геометрии: Учебник. Уфа: Нефтегазовое дело, 2011. 320 с.
6. Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 304 с., ил.
  7. Ziatdinov R. Visual Perception, Quantity of Information Function and the Concept of the Quantity of Information Continuous Splines // Scientific Visualization. 2016. No 8. Vol. 1. P. 168-178.
  8. Андреев О.В., Бабков В.Ф. Справочник инженера-дорожника. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Транспорт, 1969. 552 с.
  9. Справочная энциклопедия дорожника / Минтранс России, Росавтодор. Т. 5. Проектирование автомобильных дорог // Под ред. Г.А. Федотова, П.И. Поспелова. М.: Информавтодор, 2007. 815 с.
  10. Shen, J., Kang, S. H., Chan, T. F. Euler's elastica and curvature-based inpainting // SIAM Journal on Applied Mathematics. 2003. No 63. Vol. 2. P. 564-592.
  11. Kineri, Y., Endo, S., Maekawa, T. Surface design based on direct curvature editing // Computer-Aided Design. 2014. Vol. 55. P. 1-12.
  12. Harada, T. Study of quantitative analysis of the characteristics of a curve // Forma. 1997. Vol. 12. No. 1. P. 55-63.
  13. Yoshida, N., Saito, T. Interactive aesthetic curve segments // The Visual Computer. 2006. No. 9. Vol. 22. P. 896-905.
  14. Gobithaasan, R.U., Miura, K.T. Aesthetic Spiral for Design // Sains Malaysiana. 2011. Vol. 40. No. 11. P. 1301-1305.
  15. Inoguchi, J. Attractive plane curves in differential geometry. In Mathematical Progress in Expressive Image Synthesis, 3rd ed. // Mathematics for Industry. Springer: Singapore, 2016. Vol. 24. P. 121-135.
  16. Ziatdinov, R. Family of superspirals with completely monotonic curvature given in terms of Gauss hypergeometric function // Computer Aided Geometric Design. 2012. Vol. 29. No. 7. P. 510-518.
  17. Levien, R. L. From Spiral to Spline: Optimal Techniques in Interactive Curve Design. PhD.thesis, University of California, Berkeley, 2009.
  18. Farin, G. Class A Bézier curves // Computer Aided Geometric Design. 2006. No. 23.
  19. Погорелов А.В. Геометрия. М.: Наука, 1983. 288 с.
  20. Муфтеев В.Г. Конструирование криволинейных поверхностей на основе метода огибающей и параметрических В-сплайнов: Дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1986. 274 с.
  21. Муфтеев В.Г. Конструирование плоских кривых методом огибающей // Изв. вузов. Авиационная техника. 1980. № 4. С. 43-47.
  22. Мударисов С.Г., Муфтеев В.Г., Фархутдинов И.М. Оптимизация геометрии лемешно-отвальной поверхности плуга / Механизация и электрификация сельского хозяйства. 2009. № 4. С.17-19.
  23. Фархутдинов И.М. Совершенствование лемешно-отвальной поверхности корпуса плуга на основе моделирования технологического процесса вспашки. 05.20.01 — Технологии и средства механизации сельского хозяйства. Диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук. Научный руководитель доктор технических наук профессор С.Г. Мударисов. Уфа, 2012. ■