

## **Сравнительный анализ качества кривых, построенных в система C3D FairCurveModeler и построенных с использованием физического сплайна**

Муфтеев и др.

### **Аннотация**

Проводится сравнительный анализ качества кривых, построенных в система C3D FairCurveModeler и построенных с использованием физического сплайна.

Показывается более высокое качество кривой, построенной в системе C3D FairCurveModeler, по сравнению с кривой построенной как линия контура физического сплайна.

### **Введение**

Почему при моделировании геометрии изделий с криволинейными поверхностями нужно использовать кривые с малым значением потенциальной энергии?

В работе [1 Муфтеев. Обоснование оптимальной кривой] обосновывается необходимость малого значения потенциальной энергии для функциональных кривых (аэродинамического профиля; направляющей кривой, формирующей поверхность плуга).

Можно предположить, что это важно и для эстетических кривых, которые используются для формирования поверхностей изделий промышленного дизайна и архитектурных форм.

Попробуем это обосновать.

Люди любят слушать знакомые музыкальные композиции.

Люди любят, когда их ожидания оправдываются.

Можно предложить следующую гипотезу.

Если правилен закон, по которому невидимая часть кривой в голове человека восстанавливается как воображаемая кривая с минимальной энергией [2 Иллюзия утят], то

1) если открывается невидимая часть кривой и эта часть кривой совпадает с воображаемой кривой, то человек получает **эстетическое удовлетворение**;

2) если человек сразу видит кривую с минимальной потенциальной энергией, то он также получает **эстетическое удовлетворение**, поскольку эта кривая не противоречит его подсознательному алгоритму построения воображаемой кривой.

Если эта гипотеза верная, то задача разработки методов моделирования эстетических

кривых с минимальной потенциальной энергией является актуальной.

В работе [3 Levien & Séquin 2009] сравниваются несколько видов сплайнов для эстетического дизайна: с минимальной потенциальной энергией (Minimum Energy Curve МЕС), клотоидные, окружностные, полиномиальные степени 3 и log-эстетические кривые. Приз - почетное звание наилучшего сплайна для дизайна. Конкурс начинается с возможности точно моделировать окружность.

Поскольку все сплайны только 2-го порядка гладкости, то статья особого интереса не имеет. Но нас заинтересовали следующие послылы:

1) “Another rarely contested aspect related to fairness is roundness, the property that points placed on a circle yield an exact circle as the resulting spline. It seems intuitively obvious that a circle is the fairest possible curve in such situations, but many splines do not have this property”.

Еще одним редко оспариваемым аспектом, связанным с плавностью, является округлость: свойство, согласно которому точки, помещенные на круг, дают в результате сплайн точный круг. Интуитивно очевидно, что окружность — самая плавная кривая в таких ситуациях, но многие сплайны не обладают этим свойством.

2) “In particular, the МЕС spline deviates rather significantly from roundness, as shown in Figure”.

В частности, сплайн МЕС довольно существенно отклоняется от округлости, как показано на рисунке 1.

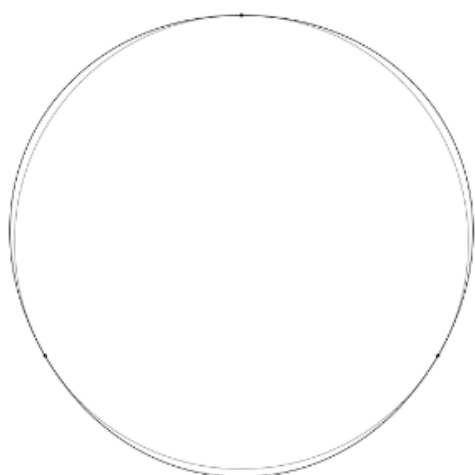


Рис. 1. Roundness failure of the minimum energy curve (МЕС). Из работы [3 Levien & Séquin 2009].

Единственная кривая, которая строится на точках окружности и имеет минимальную потенциальную энергию, это сама окружность. Следовательно, та кривая, которая называется МЕС в работе [3 Levien 2009], в реальности таковой не является.

Но, как говорится, «направление мысли правильное». Методы моделирования, и функциональных и эстетических кривых должны обеспечивать и возможность **точного моделирования конических кривых, и обеспечивать малое значение потенциальной энергии кривой.**

В настоящее время единственным геометрическим ядром, которое имеет методы, удовлетворяющие данным требованиям, является геометрическое ядро C3D. Методы раздела C3D FairCurveModeler обеспечивают и возможность точного моделирования конических кривых, и обеспечивают малое значение потенциальной энергии кривой.

Считается, что физический сплайн (упругая рейка) обладает минимальной потенциальной энергией. Это действительно так. Это закон физики.

Но, парадокс! Кривая прочерченная по контуру упругой рейки, деформированной крицами (“утками” / грузиками) не обладает меньшей потенциальной энергией, чем кривая, построенная методами C3D FairCurveModeler.

Покажем, что методы C3D FairCurveModeler строят кривые с меньшей потенциальной энергией, чем метод, использующий физический сплайн.

### **Сравнение методов**

Сравним методы C3D FairCurveModeler и метод «физического сплайна» по “Гамбургскому счету”. Будем использовать методы C3D FairCurveModeler [4 C3D Labs], реализованные в приложении FairCurveModeler app ZWCAD / BricsCAD / AutoCAD [5 app AutoCAD].

Проведем следующий эксперимент.

Физический сплайн в виде упругой металлической линейки деформируется, и форма фиксируется крицами так, чтобы линейка точно контактировала с крицами в точках  $\{(0,0), (100,130), (300,170), (390,0)\}$  (рис. 2).

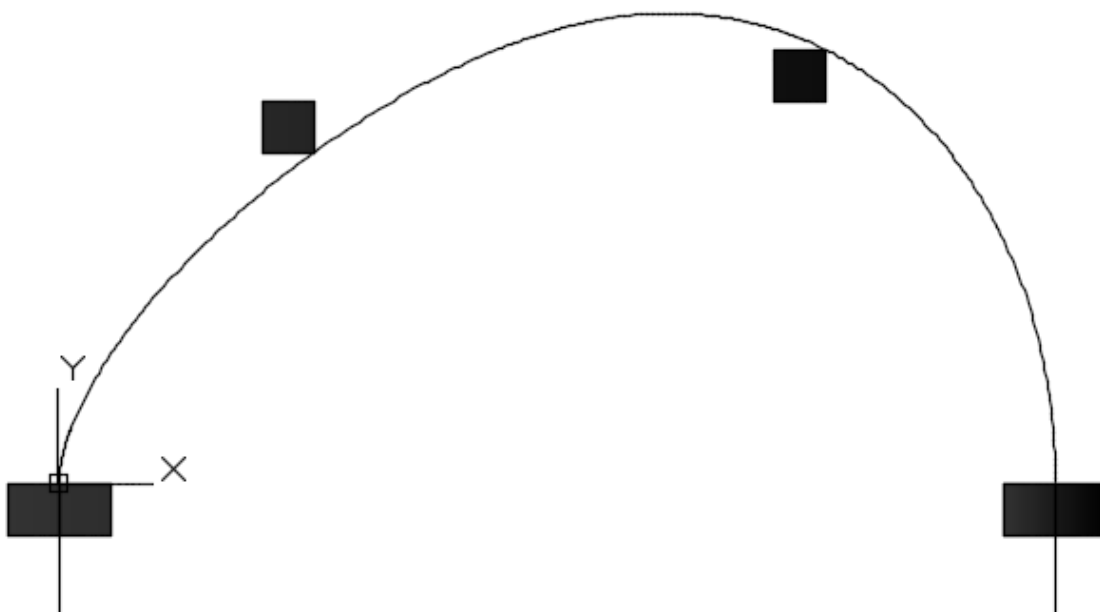


Рис. 2. Деформированная металлическая линейка.

В конечных точках линейка плоскими гранями двух криц защемляется в вертикальном направлении. Для того, чтобы линейка на участке между точками защемления имела минимальную длину, защемление производится в последнюю очередь после установления формы линейки. В процессе установления формы линейка в конечных точках должна свободно проходить между крицами.

**Потенциальная энергия линии физического сплайна вычисляется опосредовано путем построения кривой на точках, снятых с линии физического сплайна.**

Линия деформированной линейки обводится тонкой линией. Точки контакта с крицами отмечаются на изображении линии. Затем изображение сканируется и переносится в графическое поле САД-системы. Рисуются ломаная по точкам контакта линейки с крицами. Формируется ломаная на физическом сплайне. К исходным точкам контакта с крицами добавляются дополнительные точки на кривой. Эти точки берутся примерно на серединах сегментов физического сплайна между исходными точками опорной ломаной. Дополнительные и исходные точки объединяются в одну уплотненную ломаную с координатами, представленными в таблице 1.

Таблица 1.

x	y	dx	dy

<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
27	67.5		
<b>100</b>	<b>130</b>		
210	181.5		
<b>300</b>	<b>170</b>		
367	101		
<b>390</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>-1</b>

На уплотненном массиве точек (табл. 1) определяется кривая с использованием программы C3D FairCurveModeler.

Определим параметры физического сплайна на аппроксимирующей кривой: графики кривизны и эволюты (рис. 3)

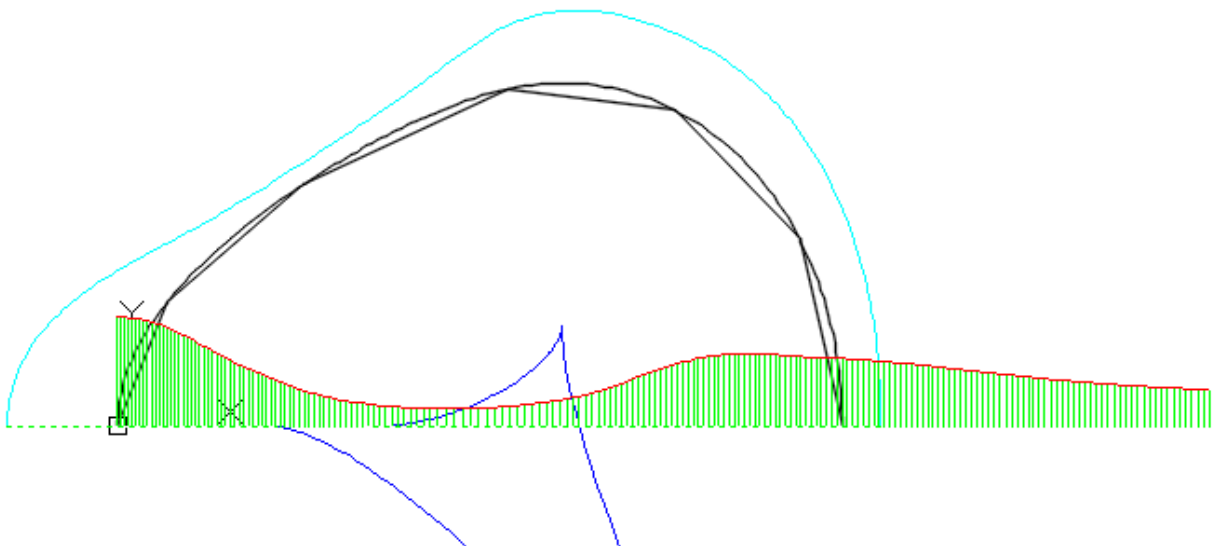


Рис. 3. Аппроксимация физического сплайна. Отображены графики кривизны и эволюты кривой и график функции кривизны как функция  $F(x)$ .

Макропараметры физического сплайна:

"Real Length = " 585.573

"Approximated Length = " 585.468

"Potential Energy = " **0.0218344**

"Min Curvature = " 0.00249702

"Max Curvature = " 0.0245549

Затем на исходной ломаной  $\{(0,0), (100,130), (300,170), (390,0)\}$ , вершины которой соответствуют точкам контакта физического сплайна с крицами, построим V-кривую с аппроксимацией посредством NURBzS кривой. Протестируем качество кривой (рис. 4)

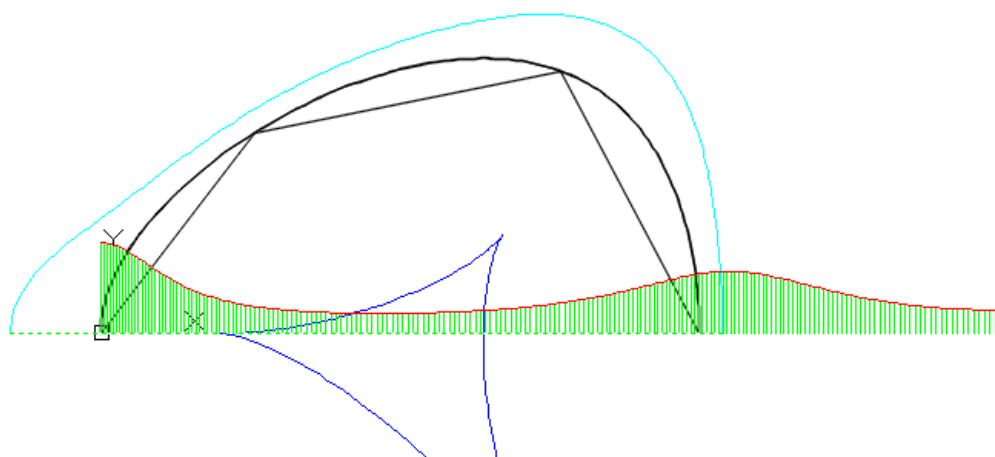


Рис. 4. Рис. V- кривая на исходной ломаной физического сплайна. Отображены графики кривизны и эволюты кривой и график функции кривизны как функция  $F(x)$ .

Макропараметры V-кривой:

"Real Length = " 585.818

"Approximated Length = " 585.393

"Potential Energy = " **0.0205987**

"Min Curvature = " 0.00282694

"Max Curvature = " 0.0149465

Построим V-кривую с аппроксимацией посредством B-сплайновой кривой 8-ой степени (рис. 5).

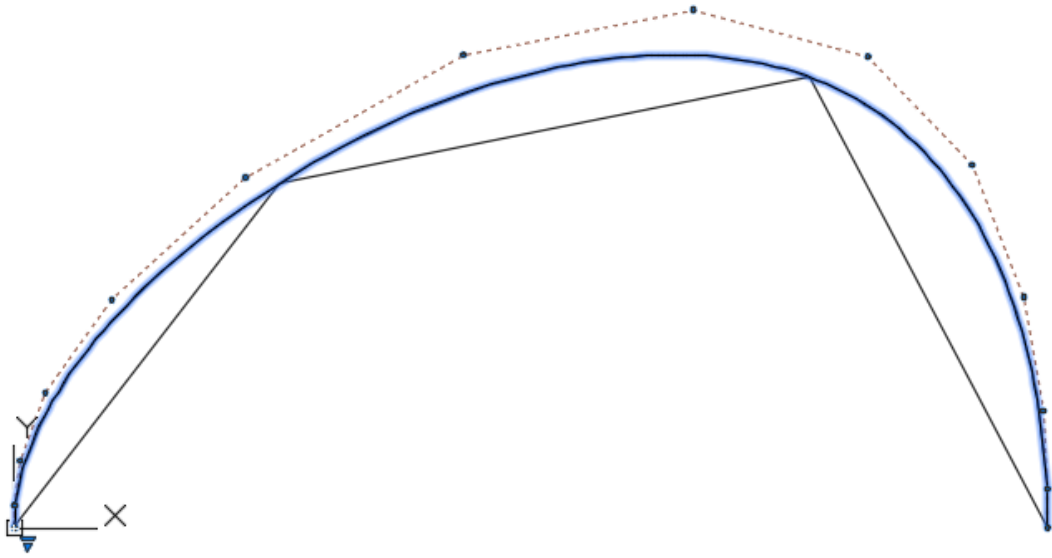


Рис. 5. В-сплайновая кривая 8-ой степени.

Проверим качество В-сплайновой кривой (рис. 6).

1

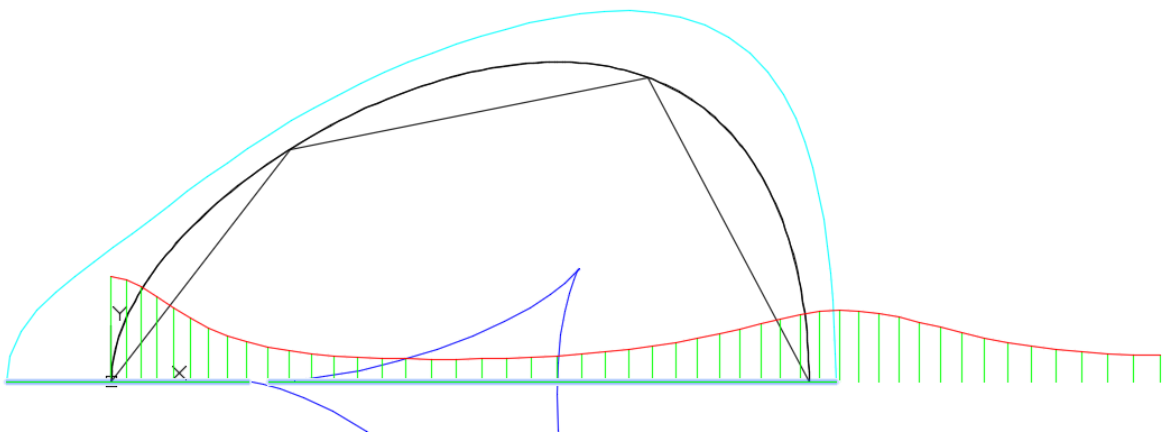


Рис. 6. Графики кривизны и эволюты В-сплайновой кривой.

Параметры В-сплайновой кривой:

"Real Length = " 586.083

"Approximated Length = " 585.976

"Potential Energy = " **0.0204288**

"Min Curvature = " 0.00283567

"Max Curvature = " 0.0129598

Отметим высокое качество аппроксимации V-кривой как посредством NURBzS кривой, так и посредством B-сплайновой кривой 8-ой степени.

Кривая, построенная на уплотненных точках физического сплайна, обладает хорошими качествами. Но, как видно по макропараметрам, кривая, построенная методами C3D FairCurveModeler на той же исходной ломаной, что и физический сплайн, имеет меньшую вариацию кривизны, меньшее значение энергии. То есть обладает, бесспорно, лучшими качествами по критериям плавности, чем кривая, прочерченная по контуру физического сплайна. Это разрыв шаблона.

Этот факт еще раз подтверждает, что геометрическое ядро C3D является лучшим ядром современности для моделирования функциональных и эстетических кривых.

## **Выводы**

Показывается, что кривая, построенная методами C3D FairCurveModeler на той же исходной ломаной, что и физический сплайн, имеет меньшую вариацию кривизны, меньшее значение энергии. То есть обладает лучшими качествами по критериям плавности, чем кривая, прочерченная по контуру физического сплайна.



## Литература

- [1 Муфтеев Обоснование оптимальной кривой] В.Г. Муфтеев, С.Г. Мударисов, И.М. Фархутдинов. Обоснование выбора оптимальной формы функциональной кривой динамической поверхности технического изделия. Известия международной академии аграрного образования. Выпуск 17 (2013) 90-93.
- [2 Иллюзия утят] Hartmann, D., & Gegenfurtner, K. R. (1978). The perception of incomplete figures. Perception, 7(3), 223-234.
- [3 Levien & Séquin 2009] Interpolating Splines: Which is the fairest of them all?  
Raph Levien and Carlo H. Séquin. Computer-Aided Design and Applications © 2009 CAD Solutions, LLC. <http://www.cadanda.com>2009.
- [4 C3D Labs] <https://c3dlabs.com/en/>
- [5 app AutoCAD] Прикладные САПР и приложения на основе геометрического ядра C3D для проектирования изделий с функциональными кривыми / В.Г. Муфтеев, А. Максименко, Р.И. Ахметшин, А.П. Зелев, Р.А. Зиятдинов, Ф.Т. Зиганшина, Р.И., Набиев, И.М. Фархутдинов, М.М. Фаттахов // GraphiCon 2021. Геометрическое моделирование. Компьютерная графика в образовании. С. 75-87.